

GENERATING METHOD FOR CONNECTING GRAPH AND ITS PROGRAM

Publication number: JP11096134 (A)

Publication date: 1999-04-09

Inventor(s): TAKANO AKIHIKO; FUTAMURA YOSHIHIKO; YANO MASANORI

Applicant(s): HITACHI LTD; FUTAMURA YOSHIHIKO; YANO MASANORI

Classification:

- international: G06F19/00; G06F17/00; G06Q50/00; G06F19/00; G06F17/00; G06Q50/00; (IPC1-7): G06F17/00

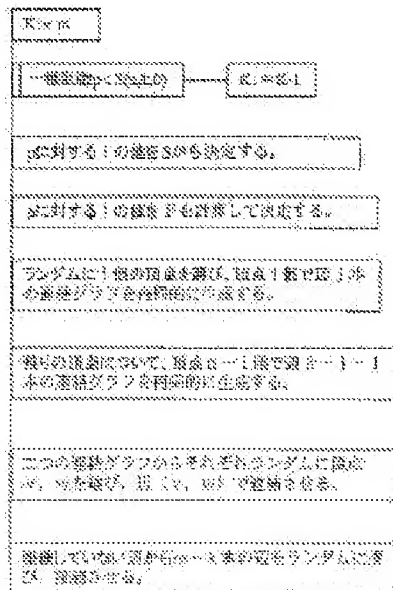
- **European:**

Application number: JP19970259958 19970925

Priority number(s): JP19970259958 19970925

Abstract of JP 11096134 (A)

PROBLEM TO BE SOLVED: To calculate the constitution ratio of partial connecting graphs without causing a computer overflow by generating a connecting graph which has a given number of vertexes and a given number of sides uniformly at random by using the constitution ratios to the total number. SOLUTION: The connecting graph which has a vertex number (n) and a side number (m) is generated uniformly at random by using the sum S of constitution ratios F and a uniform random number (p). Here, $k=m$ and the uniform random number (p) is generated to obtain $k=k-1$ when $p < s(n, k, 0)$. A dichotomizing search is used to determine a value (i) corresponding to the uniform random number (p) from S. A value (j) corresponding to the uniform random number (p) is determined by calculating F. Then (i) vertexes are selected at random and a connecting graph having (j) sides is recursively generated with the (i) vertexes. As for the remaining vertexes, a connecting graph having $n-i$ vertexes and $k-j-1$ sides is recursively generated. Vertexes (v) and (w) of the two connecting graphs are selected at random and connected by a side (v, w) and $m-k$ sides are selected out of the unconnected sides at random and connected.



Data supplied from the **esp@cenet** database — Worldwide

(19) 日本国特許庁 (J P)

(12) 公開特許公報 (A)

(11) 特許出願公開番号

特開平11-96134

(43) 公開日 平成11年(1999) 4月9日

(51) Int.Cl.⁶

G 0 6 F 17/00

識別記号

F I

G 0 6 F 15/20

Z

審査請求 未請求 請求項の数 2 O L (全 11 頁)

(21) 出願番号 特願平9-259958

(22) 出願日 平成9年(1997) 9月25日

(71) 出願人 000005108

株式会社日立製作所

東京都千代田区神田駿河台四丁目6番地

(71) 出願人 59417/999

二村 良彦

東京都日野市平山2-31-16

(71) 出願人 597033409

矢農 正紀

千葉県千葉市美浜区高洲2-2-8-504

(72) 発明者 高野 明彦

埼玉県比企郡鳩山町赤沼2520番地 株式会

社日立製作所基礎研究所内

(74) 代理人 弁理士 高橋 明夫 (外1名)

最終頁に続く

(54) 【発明の名称】 連結グラフの生成方法およびそのプログラム

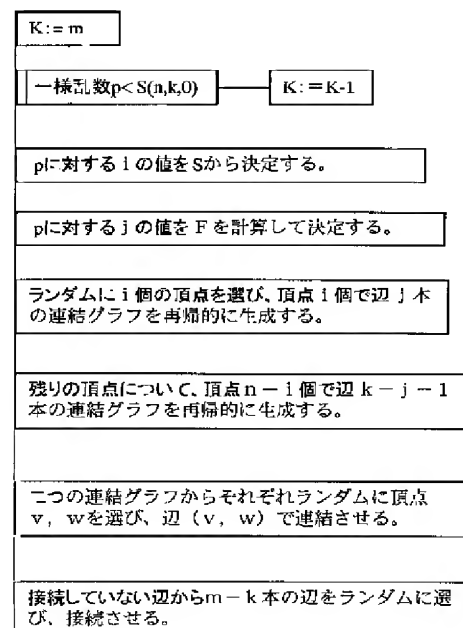
(57) 【要約】

【課題】 所望の性質を有するグラフをテストデータとして生成するため必要な、部分連結グラフの構成比を連結グラフの総数を計算することなく求める。

【解決手段】 連結グラフをランダムに生成するためには、連結グラフの総数を計算することで、構成比と呼ばれる部分連結グラフ数の連結グラフ数に対する比を計算する必要があったが、本発明では計算の特殊化を行う。計算の特殊化とは、連結グラフの総数を数える再帰方程式より導かれる部分連結グラフの構成比を求める式に対し、プログラム変換を行うことである。

【効果】 構成比を計算する過程で大きな数の発生を回避できる。

図 3



【特許請求の範囲】

【請求項1】部分構造によって再帰的に定義される連結グラフ構造において、総数Wに対する構成比Fを用いて、与えられた頂点数nおよび辺数mを持つ連結グラフを一樣ランダムに生成する方法。

【請求項2】与えられた頂点数nおよび辺数mを持つ連結グラフの一樣ランダム生成プログラムにおいて、総数Wに対する構成比FをWに依存しない再帰方程式により直接計算する計算プログラム。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】近年、シミュレーション技術の発達により、実際に物を作らずにコンピュータ上で製品の評価を行う技術が普及してきた。そうした評価を行う上で、ソフトウェアの評価に必要な性質を有するテストデータを一樣ランダムに生成することが必要不可欠となる。

【0002】順列に関しては、発明者らはデータの特性を制御したランダムデータ生成方法を特願平8-250030「特性指標を制御した乱順列生成方法及びそのプログラム」として特許出願し、加えてこのデータの特性を制御したランダムデータ生成プログラムを自動生成する方法を特願平9-550240「ランダムデータジェネレータ生成方法およびそのプログラム」として特許出願している。

【0003】本発明は、所望の性質を有するグラフをテストデータとして生成するため必要な、部分連結グラフの構成比を連結グラフの総数を計算することなく直接求める方法およびそのプログラムを提案するものである。

【0004】

【従来の技術】従来は、連結グラフをランダムに生成するためには、連結グラフの総数を計算することで、構成比と呼ばれる部分連結グラフ数の連結グラフ数に対する比を計算する必要がある。

【0005】しかしながら、連結グラフの総数は非常に大きな数となり、計算機オーバーフローを起こす原因となる。この計算機オーバーフローを回避するためには、多倍長の計算を行うプログラムを作成して用いる必要があり、所要計算時間と記憶領域を増やす要因となってきた。そのため、頂点数と辺数が大きいランダムグラフをテストデータとして生成することは従来不可能であった。即ち従来は、ソフトウェアの公正な検査をするために必要なランダムグラフではなく、偏りのある特殊なデ

ータを用いて不十分な検査を行なわざるを得なかった。

【0006】

【発明が解決しようとする課題】本発明は、部分連結グラフの構成比を、計算機オーバーフローを発生させずに計算するものである。このような方法は、連結グラフに関しては過去に例を見ない。

【0007】

【課題を解決するための手段】上記課題を解決するため、本発明では計算の特殊化を行う。計算の特殊化とは、連結グラフの総数を数える再帰方程式より導かれる部分連結グラフの構成比を求める式に対し、プログラム変換を行うことで、構成比を計算する過程で大きな数が発生することを回避するものである。

【0008】

【発明の実施の形態】以下本発明の実施例について説明する。

【0009】図1に、この発明の一実施例によるランダムグラフ生成の全体フローを示す。入力手段1からは、頂点数n、辺数m、出力すべき連結グラフの総数kが入力される。生成手段2は、これらを受けて、頂点数nかつ辺数mのランダムグラフ生成に必要な部分連結グラフの構成比を計算し、頂点数nかつ辺数mのランダムグラフをk個生成して、出力手段3へ渡す。出力手段はこれを受けて、任意の媒体に出力する。

【0010】図2に、図1のブロックに示す各機能を、CPUを用いて実現した場合のハードウェア構成の例を示す。バスライン11には、入力手段1であるキーボード5、CPU8、ROM9、RAM10、入出力インターフェース7などが接続されている。CPU8はROM9、RAM10に記憶されたプログラムに従って、各部を制御する。

【0011】以下、本発明による部分連結グラフの生成方法について詳しく述べる。まず、基本的な実施例として、総数Wに対する構成比FをWに依存しない再帰方程式により直接計算する例について述べる。

【0012】本実施例では、連結グラフの総数を求める再帰方程式に注目する。ここで対象とする連結グラフは、頂点に1, 2, . . . , nのようにラベル付けがなされ、多重辺やループを含まない単純な無向グラフである。頂点n個かつ辺m本の連結グラフの総数をW(n, m)とする。このとき、以下の式が成立する。

【0013】

【数1】

$$W(n, m) = 0 \quad (m < n - 1 \text{ or } m > \frac{n(n-1)}{2}) \quad (\text{数 } 1)$$

【0014】

$$W(1, 0) = 1 \quad (\text{数 } 2)$$

【0015】

【数3】

$$W(n, n-1) = n^{n-2} \quad (\text{数 } 3)$$

【0016】

【数4】

$$W\left(n, \frac{n(n-1)}{2}\right) = 1 \quad (\text{数 } 4)$$

【0017】一般の $W(n, m)$ を求めるWormaldの再帰方程式(参考文献:Wormald, N. C.: Some Problems in the Enumeration of Labeled Graphs, Ph.D. thesis, University of Newcastle, 1978)

を以下に示す。

【0018】

【数5】

$$\begin{aligned} W(n, m) &= \frac{\binom{n}{2} - m + 1}{m} W(n, m-1) + \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{n-1} \binom{n}{i} i(n-i) \sum_{j=i-1}^{m-1} W(i, j) W(n-i, m-1-j) \\ &= \frac{\binom{n}{2} - m + 1}{m} W(n, m-1) + \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \sum_{j=j_1(n, m, i)}^{j_0(n, m, i)} W(i, j) W(n-i, m-1-j) \end{aligned} \quad (\text{数 } 5)$$

【0019】ただし、以下のように定義する。

【数6】

【0020】

$$n^k = n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) \quad (\text{数 } 6)$$

【0021】

【数7】

$$j_1(n, m, i) = \max\left(i-1, m-1 - \frac{(n-i)(n-i-1)}{2}\right) \quad (\text{数 } 7)$$

【0022】

【数8】

$$j_0(n, m, i) = \min\left(\frac{i(i-1)}{2}, m-n+i\right) \quad (\text{数 } 8)$$

【0023】この再帰方程式に対応する頂点 i 個、辺 j 本の部分連結グラフの構成比 $F(n, m, i, j)$ は以下のように定義できる。テストデータとして連結グラフを作成するためには、以下の構成比の値を求める必要が

ある。

【0024】

【数9】

$$F(n, m, 0, 0) = \frac{\binom{n}{2} - m + 1}{m} \frac{W(n, m-1)}{W(n, m)} \quad (\text{数 } 9)$$

【0025】

【数10】

$$F(n, m, i, j) = \frac{1}{2m} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(i, j) W(n-i, m-1-j)}{W(n, m)} \quad (i > 0 \text{ and } j \geq 0) \quad (\text{数 } 10)$$

【0026】上述の再帰方程式に対し、

【数11】

【0027】

$$W1(n) = W(n, n) \quad (\text{数 } 11)$$

【0028】と定義して、 $W(n, n)$ の特殊化を行う。すなわち、 $W1(n)$ に対して変換を施すことで、

計算を行う場合の高性能化を図る。特殊化を行った結果を以下に示す。

【0029】

$$W1(n) = 0 \quad (n < 3)$$

【0030】

【数13】

$$W1(3) = 1$$

(数13)

$$W1(n)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\binom{n}{2} - n + 1}{n} W(n, n-1) + \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \sum_{j=i-1}^i W(i, j) W(n-i, n-1-j) \\ &= \frac{(n-1)(n-2)}{2} n^{n-3} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(n-1)^i}{(i-1)!} \left(i^{i-2} W1(n-i) + (n-i)^{n-i-2} W1(i) \right) \\ &= \frac{(n-1)(n-2)}{2} n^{n-3} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)^{n-i-2} \left(\frac{(n-i)^i}{(i-1)!} + \frac{(n-i)^{n-i}}{(n-i-1)!} \right) W1(i) \end{aligned}$$

(数14)

【0033】そして、

【0034】

【数15】

$$R1(n) = \frac{W1(n)}{n^{n-2}}$$

(数15)

【数16】

$$R1(n) = 0 \quad (n < 3)$$

(数16)

【0037】

【数17】

$$R1(3) = \frac{1}{3}$$

(数17)

【0035】のように定義するR1に対しても同様の特殊化を行う。その結果を以下に示す。

【0036】

【0038】その他の場合、

【0039】

【数18】

$$R1(n) = \frac{(n-1)(n-2)}{2n} + \sum_{i=3}^{n-1} A1(n, i) R1(i) \quad (\text{数 } 18)$$

【0040】ただし、以下のように定義する。

【数19】

【0041】

$$\begin{aligned} A1(n, i) &= \frac{i^{i-2}}{2n^{n-2}} (n-i)^{n-i-2} \left(\frac{(n-1)^i}{(i-1)!} + \frac{(n-1)^{n-i}}{(n-i-1)!} \right) \\ &= \frac{i^{i-2}}{2n^{n-2}} (n-i)^{n-i-2} \left(\frac{(n-1)^i (n-i-1)! + (n-1)^{n-i} (i-1)!}{(i-1)! (n-i-1)!} \right) \\ &= \frac{(n-1)! i^{i-2} (n-i)^{n-i-2}}{n^{n-2} (i-1)! (n-i-1)!} \end{aligned}$$

(数19)

【0042】さらに、

【数20】

【0043】

$$R(n, m) = \frac{W(n, m)}{W(n, m-1)} \quad (\text{数 } 20)$$

【0044】のように定義する。Rは、部分グラフの構成比を求めるために直接必要となる値であるが、これに対しても同様に特殊化を行う。その結果を以下に示す。

【0045】

【数21】

$$R(n, m) = 0 \quad (m < n - 1 \text{ or } m > \frac{n(n-1)}{2}) \quad (\text{数 } 21)$$

【0046】

【0048】その他の場合、

【数22】

【0049】

$$R(n, n) = R1(n) \quad (\text{数 } 22)$$

【数24】

【0047】

【数23】

$$R(n, \frac{n(n-1)}{2}) = \frac{2}{n(n-1)} \quad (\text{数 } 23)$$

$$R(n, m)$$

$$= \frac{\binom{n}{2} - m + 1}{m} + \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \sum_{j=j_1(n, m, i)}^{j_0(n, m, i)} \frac{W(i, j)W(n-i, m-1-j)}{W(n, m-1)}$$

$$= \frac{\binom{n}{2} - m + 1}{m} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=j_1(n, m, i)}^{j_0(n, m, i)} K(n, m, i, j)$$

(数 24)

【0050】ただし、

【数25】

【0051】

$$K(n, m, i, j) = \frac{1}{2m} \cdot \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \cdot \frac{W(i, j)W(n-i, m-1-j)}{W(n, m-1)} \quad (\text{数 } 25)$$

【0052】と定義する。

【0054】(1) 条件

【0053】ここで、Rを求める上で必要となるKの計算方法とプログラム変換の課程を示す。以下では、n, m, j に関する場合分けを行う。

【0055】

【数26】

$$n < 4, m < n, j < i - 1, j > \frac{i(i-1)}{2},$$

$$m - 1 - j < n - i - 1 \text{ or } m - 1 - j > \frac{(n-i)(n-i-1)}{2} \quad (\text{数 } 26)$$

【0056】が成立する場合、

【数27】

【0057】

$$K(n, m, i, j) = 0 \quad (\text{数 } 27)$$

【0058】である。

【0060】

【0059】(1) 条件

【数28】

$$n = m$$

(数 28)

【0061】が成立する場合、さらにjに関する場合分けを行う。

【0063】

【数29】

【0062】(2. 1) 条件

$$j = i - 1$$

(数 29)

【0064】が成立するならば、以下の通りである。

【数30】

【0065】

$$\begin{aligned}
 K(n, n, i, i-1) &= \frac{1}{2n} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(i, i-1)W(n-i, n-i)}{W(n, n-1)} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{i^{i-2}(n-i)^{n-i-2} R1(n-i)}{n^{n-1}} \quad (\text{数 } 30) \\
 &= A2(n, i) R1(n-i)
 \end{aligned}$$

【0066】ただし、

【0067】

【数31】

$$\begin{aligned}
 A2(n, i) &= \frac{n^{i+1} i^{n-2} (n-i)^{n-i-2}}{2n^{n-1} (i-1)!} \\
 &= \frac{n! i^{i-1} (n-i)^{n-i-1}}{(n-i)(n-i-1)! 2i(i-1)! n^{n-1}} \quad (\text{数 } 31) \\
 &= \frac{A1(n, i)}{2}
 \end{aligned}$$

【0068】と定義する。

【0069】(2.2) 条件

【0070】

【数32】

$$j = i \quad (\text{数 } 32)$$

【0071】が成立するならば、以下の通りである。

【0072】

【数33】

$$\begin{aligned}
 K(n, n, i, i) &= \frac{1}{2n} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(i, i)W(n-i, n-i-1)}{W(n, n-1)} \quad (\text{数 } 33) \\
 &= A2(n, i) R1(i)
 \end{aligned}$$

【0073】(2.3) 条件

【数34】

【0074】

$$j > i \quad (\text{数 } 34)$$

【0075】が成立するならば、以下の通りである。

【数35】

【0076】

$$K(n, m, i, j) = 0 \quad (\text{数 } 35)$$

【0077】(3) 条件

【数36】

【0078】

$$1 \leq v < \frac{n}{2} \quad (\text{数 } 36)$$

【0079】に対して、以下が成立する。

【数37】

【0080】

$$\begin{aligned}
 K(n, m, n-v, m-v) &= \frac{n^{n-v+1} (v-1)!}{n^{v+1} (n-v-1)!} K(n, m, v, v-1) \quad (\text{数 } 37) \\
 &= K(n, m, v, v-1)
 \end{aligned}$$

【0081】(4) 条件

【数38】

【0082】

$$m-1-j = \frac{(n-i)(n-i-1)}{2}, m > n \quad (\text{数 } 38)$$

【0083】が成立する場合、以下の通りである。

【数39】

【0084】

$$\begin{aligned}
K(n, n, i, i) &= \frac{1}{2m} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(i, j)}{W(n, m-1)} \\
&= \frac{1}{2m} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(n-i, m-2-j)W(i, j)}{W(n-i, m-2-j)W(n, m-1)} \\
&= \frac{1}{2m} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(n-i, m-2-j)W(i, j)W(n, m-2)}{W(n-i, m-2-j)W(n, m-2)W(n, m-1)} \\
&= \frac{m-1}{m(m-1-j)R(n, m-1)} K(n, m-1, i, j)
\end{aligned} \tag{数 39}$$

【0085】(4) 条件

【0087】が成立する場合、以下の通りである。

【0086】

【0088】

【数40】

【数41】

$$j = i-1$$

(数 40)

$$\begin{aligned}
&K(n, m, i, i-1) \\
&= \frac{1}{2m} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(i, i-1)W(n-i, m-i)W(n-i, m-i-1)W(n, m-2)}{W(n, m-2)W(n-i, m-i-1)W(n, m-1)} \\
&= \frac{(m-1)R(n-i, m-i)}{mR(n, m-1)} K(n, m-1, i, i-1)
\end{aligned}$$

(数 41)

【0089】(6) その他の場合については、以下の通りである。

【0090】

【数42】

$$\begin{aligned}
&K(n, m, i, j) \\
&= \frac{1}{2m} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(i, j)W(n-i, m-1-j)W(i, j-1)W(n-i, m-1-(j-1))}{W(i, j-1)W(n-i, m-1-j+1)W(n, m-1)} \\
&= \frac{R(i, j)}{R(n-i, m-j)} K(n, m, i, j-1)
\end{aligned}$$

(数 42)

【0091】部分連結グラフの構成比Fは、R、Kを用いた以下の式で計算することができる。プログラム変換の課程とその結果を以下に示す。

【0092】(1) 条件

【0093】

【数43】

$$n \leq m$$

(数 43)

【0094】が成立する場合、以下の通りである。

【数44】

【0095】

$$\begin{aligned}
F(n, m, 0, 0) &= \frac{\binom{n}{2} - m + 1}{m} \frac{W(n, m-1)}{W(n, m)} \\
&= \frac{\binom{n}{2} - m + 1}{mR(n, m)}
\end{aligned} \tag{数 44}$$

【0096】

【数45】

$$\begin{aligned}
F(n, m, i, j) &= \frac{1}{2m} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(i, j)W(n-i, m-1-j)}{W(n, m)} \\
&= \frac{K(n, m, i, j)}{R(n, m)} \quad (i > 0 \text{ and } j \geq 0)
\end{aligned} \tag{数 45}$$

【0097】(2) 条件

【0098】

【数46】

$$m \rightarrow n-1$$

(数46)

【0099】が成立する場合、以下の通りである。

【0100】

【数47】

$$F(n, n-1, 0, 0) = \frac{\binom{n}{2} - n + 2}{n-1} \frac{W(n, n-2)}{W(n, n-1)} \quad (\text{数47})$$

$$= 0$$

【0101】

【数48】

$$F(n, n-1, i, i-1) = \frac{1}{2(n-1)} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(i, i-1)W(n-i, n-i-1)}{W(n, n-1)}$$

$$= \frac{n^{i+1} i^{n-i-2} (n-i)^{n-i-2}}{2n^{n-2} (i-1)! (n-1)} \quad (\text{数48})$$

$$= \frac{n A1(n, i)}{2(n-1)} \quad (i > 0)$$

【0102】以上の結果に従って、R、KおよびFを計算することができるが、A1に階乗およびべき乗の計算が含まれているため、定義通りに計算を行うプログラムを作成すると、計算機オーバーフローを起こす原因とな

る。これを回避するため、以下のStirlingの公式を用いて近似を行う。

【0103】

【数49】

$$n! \approx (n+1)^n e^{-(n+1)} \sqrt{2\pi(n+1)} Sf(n+1) \quad (\text{数49})$$

【0104】ただし、

【数50】

【0105】

$$Sf(n) = 1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{188n^2} - \frac{139}{51840n^3} - \frac{571}{2488320n^4} \quad (\text{数50})$$

【0106】と定義する。

【0108】

【0107】上述の公式をA1に対して用いた結果は、以下の通りである。

【数51】

$$A1(n, i)$$

$$= \frac{(n-1)! i^{i-2} (n-i)^{n-i-2}}{n^{n-2} (i-1)! (n-i-1)!}$$

$$\approx \frac{i^{i-2} (n-i)^{n-i-2}}{n^{n-2}} \frac{e^{i+n-i} n^{n-1} \sqrt{2\pi n} Sf(n)}{e^{n+i-1} (n-i)^{n-i-1} \sqrt{2\pi i} 2\pi (n-i) Sf(i) Sf(n-i)}$$

$$= \frac{n Sf(n)}{i(n-i) Sf(i) Sf(n-i)} \sqrt{\frac{n}{2\pi i(n-i)}}$$

(数51)

【0109】以上の結果を用いてA1を計算することで、計算機オーバーフローを回避することができる。そして、R、KおよびFを計算するプログラムを上述の結果に従って作成することで、計算機オーバーフローを発生させることなく部分グラフの構成比を求めることができる。

【0110】以下では、構成比Fを用いた部分連結グラフのランダム生成について詳しく述べる。

【0111】まず、生成の高速化のため、以下のように構成比の和Sを定義する。

【0112】

【数52】

$$S(n, m, 0) = F(n, m, 0) \quad (\text{数52})$$

【0113】

【数53】

$$S(n, m, i) = S(n, m, i-1) + \sum_{j=0}^{m-1} F(n, m, i, j) \quad (1 \leq i < n) \quad (\text{数 } 53)$$

【0114】構成比の和Sの値を表として持つことで、

【0115】

【数54】

$$0 \leq p < 1 \quad (\text{数 } 54)$$

$$S(n, m, i-1) \leq p < S(n, m, i)$$

【0118】をみたすiの値を最悪O(n)で求めることができる。

【0119】Sの値と上述の一樣乱数pを用いて、以下の手順で頂点数nかつ辺数mの連結グラフの一樣生成を行うことができる。頂点数nが2より小さい場合は終了とする。

【0120】1. $k := m$ とする。【0121】2. 一樣乱数pを発生させて、 $p < S(n, k, 0)$ である間 $k := k-1$ とする。

【0122】3. 二分探索法を用いて、一樣乱数pに対応するiの値をSから決定する。

【0123】4. 一樣乱数pに対応するjの値をFを計算して決定する。

【0124】5. ランダムにi個の頂点を選び、頂点i個で辺j本の連結グラフを再帰的に生成する。

【0125】6. 残りの頂点について、頂点 $n-i$ 個で辺 $k-j-1$ 本の連結グラフを再帰的に生成する。

【0126】7. 2つの連結グラフからそれぞれラン

$$W(n, m) = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=1}^k \sum_{i=k-1}^{m-j} Y(n, m, i, j, k) \quad (\text{数 } 56)$$

【0133】ただし

【数57】

【0134】

$$Y(n, m, i, j, k) = \binom{n-2}{k-1} \binom{k}{j} W(k, i) W(n-k, m-i-j) \quad (\text{数 } 57)$$

【0135】と定義する。

【0136】この式の組合せ的意味について説明する。任意の連結グラフの頂点1と2に注目し、頂点2から出る辺を全て取り去ったとき、頂点1と連結している頂点の数をkとする。これらの頂点からなる部分連結グラフをH1、辺の数をiとする。頂点の選び方からH1は連結グラフとなり、その総数は $W(k, i)$ である。また、頂点2とH1の頂点間の辺数をjとすると、少なくとも一本は接続しているので、jの値は1以上となる。そして、H1に含まれない $n-k$ 個の頂点のうち、2以

$$i_c(C) = \sum_{j=1}^k \binom{s(j)-1}{j} \quad (\text{数 } 58)$$

【0139】番号付けを行うため、生成した連結グラフGに対し、上述の手順でi, j, kと部分グラフH1、

【0116】の値を取る一樣乱数pを確率とみなして、対応するiの値、すなわち

【0117】

【数55】

(数 55)

ダムに頂点v, wを選び、辺(v, w)で連結させる。

【0127】8. 接続していない辺から $m-k$ 本の辺をランダムに選び、接続させる。

【0128】このプログラムによる処理のPAD図を図3に示す。なお、このアルゴリズムを用いることで、1個のグラフにつきO(mn)時間の計算量で生成することが可能である。

【0129】最後に、このプログラムを用いて生成したランダム連結グラフに対し、一樣性の検定を行った結果に関して述べる。

【0130】連結グラフが一樣に生成されたか否かを検定するためには、 χ 自乗検定を用いることができる。すなわち、連結グラフに1から $W(n, m)$ までの番号を付け、それらの列に対して χ 自乗検定を行えばよい。

【0131】連結グラフの番号付けには、以下の再帰方程式を用いる。

【0132】

【数56】

外の頂点はH1の頂点と接続していない。さらに、 $n-k$ 個の頂点からなる部分グラフH2は連結グラフとなるので、その総数は $W(n-k, m-i-j)$ である。

【0137】また、 $\{1, 2, \dots, n\}$ から $\{s(1), s(2), \dots, s(k)\}$ を選ぶ組合せCに対し、以下の関数によって番号を付けることができる。ここで $s(j)$ は昇順であると仮定する。

【0138】

【数58】

H2を求める。頂点1, 2を除いた $n-2$ 個の頂点のうち、H1の $k-1$ 個の頂点の組合せをC1、H1の頂点

を $\{1, 2, \dots, k\}$ とつけかえ、頂点2と接続している
j本の頂点の組合せをC2とする。各 (i, j, k) の
値に対応するグラフの個数は $Y(n, m, i, j, k)$
であるから、以下の関数により番号付けを行うことがで

$$\begin{aligned}
 i_G(G) = & \sum_{r=0}^{k-1} \sum_{q=1}^r \sum_{p=r-1}^{m-q} Y(n, m, p, q, r) \\
 & + \sum_{q=1}^{j-1} \sum_{p=j-1}^{m-q} Y(n, m, p, q, k) + \sum_{p=k-1}^{i-1} Y(n, m, p, j, k) \\
 & + \left(\left(i_G(C1) \binom{k}{j} + i_G(C2) \right) W(k, i) + i_G(H1) - 1 \right) W(n-k, m-i-j) \\
 & + i_G(H2)
 \end{aligned}
 \tag{数 59}$$

【0141】上述の番号付け関数を用いて、構成比を用いた生成法、任意のグラフを生成して連結グラフが得られるまで単純に繰り返す方法、木をランダムに生成して辺を付加していく方法の3方法により、頂点7個、辺8本の156555種類の連結グラフを合計500000個生成し、各々のグラフに番号を付加して作成した数列に対して χ 自乗検定を行った。その結果を図4に示す。

【0142】数列を乱数列とみなせる範囲は、統計量が156555から約 ± 791 以内に収まることとする目安から判断して、構成比を用いた生成が良い結果を示しているといえる。

【0143】

【発明の効果】上述した方法に従うことで、連結グラフのランダム生成を行うことができ、さらに、部分連結グラフの構成比を直接計算することができる。

【0144】本発明により、連結グラフを処理するプロ

きる。

【0140】

【数59】

グラムの性能および信頼性の検査が飛躍的に容易となり、プログラムの生産性向上およびプログラミング教育に対して多大な貢献をなすことができる。

【図面の簡単な説明】

【図1】この発明の一実施例によるランダムグラフ生成の全体フローを示す図。

【図2】図1に示すランダムグラフ生成機のハードウェア構成の一例を示す図。

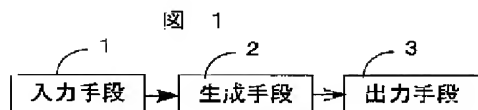
【図3】構成比Fを用いてグラフをランダム生成するプログラムによる処理のPAD図を示す図。

【図4】ランダム生成したグラフに対して行った χ 自乗検定の結果を示す表。

【符号の説明】

1：入力手段、2：連結グラフ生成手段、3：出力手段
3、5：キーボード、7：入出力インターフェース、
8：CPU、9：ROM、10：RAM、11：バスライン。

【図1】

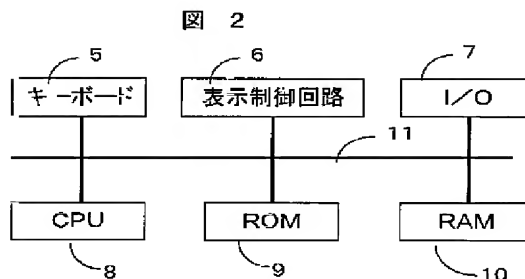


【図4】

図 4

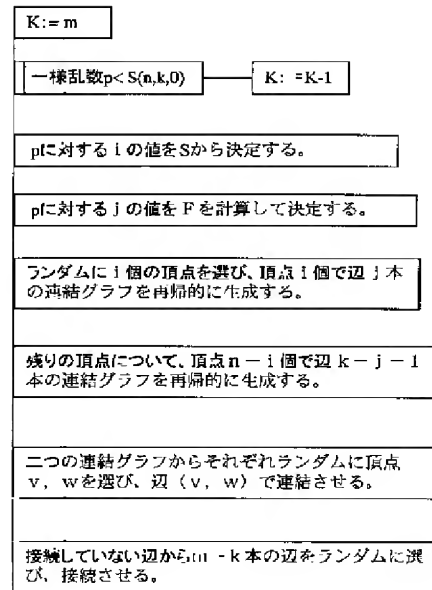
| 方法 | 統計量 |
|------------|----------|
| 構成比を用いた方法 | 156392.7 |
| 生成と検査を行う方法 | 157208.7 |
| 木に辺を付加する方法 | 506643.9 |

【図2】



【図 3】

図 3



フロントページの続き

(72)発明者 二村 良彦
東京都日野市平山 2 - 31 - 16

(72)発明者 矢農 正紀
千葉県千葉市美浜区高洲 2 - 2 - 8 - 504